

## **Mathematischer Selbsttest für Studienanfänger(innen)**

Der folgende Mathematiktest dient zur Einschätzung Ihrer eigenen mathematischen Fähigkeiten. Das Niveau entspricht ungefähr dem der Gymnasialen Mittel- und Oberstufe. In der Vorlesung werden allerdings auch viele Themen des vorliegenden Tests wiederholt. Es ist also nicht tragisch, wenn Sie einige Aufgaben nicht lösen können.

Bei der Durchführung des Selbsttests wird folgende Vorgehensweise empfohlen:

1. Lösen Sie zunächst die vorliegenden 12 Testaufgaben.
2. Vergleichen Sie Ihre Lösungen und Lösungsansätze mit den Musterlösungen.
3. Geben Sie sich für jede (Teil-)Aufgabe die Note "0", "1" oder "2". Dabei ist "0" die schlechteste Note, "1" ist mittelmäßig, und "2" ist die beste Note. Tragen Sie jede dieser Zensuren in Ihr Auswertungsblatt ein (das Blatt mit den vielen Rechtecken).
4. Vergleichen Sie Ihren so ermittelten Wissenstand mit dem tatsächlichen Wissensstand eines unserer Kurse (siehe letztes Blatt, datiert auf den 12.10.06, insbesondere die Spalte "Durchschnittsnote").

Viel Erfolg!

Dr. Ulrich Huckenbeck

## Testaufgaben zur Selbsteinschätzung

### Aufgabe 1)

Frau Meier kauft 120 g Wurst und bezahlt dafür € 1,56. Wieviel kosten 200 g ?

### Aufgabe 2)

Ein Autofahrer fährt 4 Minuten lang mit der konstanten Geschwindigkeit 60 km/h. Wie schnell müßte er fahren, um dieselbe Strecke in 2 Minuten zurückzulegen?

**Aufgabe 3)** Berechnen Sie folgende Ausdrücke, und schreiben Sie diese als Bruch.

a)  $\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$       b)  $\frac{5}{12} : \frac{3}{8}$

c)  $\frac{3}{8} - 0,2$       d)  $\frac{7}{11} : 0,8$       e)  $\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}}$

**Aufgabe 4)** Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke als Dezimalzahlen.

a)  $\frac{3}{4}$       b)  $758,9141 : 0,1$

### Aufgabe 5)

a) Wieviel sind 70 % von 90?

b) Wieviel Prozent entsprechen einem Viertel?

c) Angenommen, auf einem Konto mit dem Anfangskapital  $x$  werden 2,5% Zinsen gutgeschrieben. Das Guthaben beträgt dann  $q \cdot x$ , wobei der Zinsfaktor  $q$  von dem Anfangskapital  $x$  unabhängig ist. Wie lautet der Faktor  $q$  ?

**Aufgabe 6)** Berechnen Sie die Lösung der folgende Gleichung:

$$4(x + 5) + 7(x - 3) = 9x + 57.$$

**Aufgabe 7)** Berechnen Sie die beiden Lösungen für die folgende Gleichung:

$$x^2 - 6x - 40 = 0.$$

**Aufgabe 8)** Berechnen Sie die Lösungen  $x$  und  $y$  des folgenden Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 4 \\ 6x + 5y &= 7 \end{aligned}$$

### Aufgabe 9)

In den folgenden Gleichungen wird jeweils nach einer ganzen Zahl  $k$  oder nach einer gebrochenen Zahl  $c$  gesucht. Diese Zahl soll so bestimmt werden, daß die vorliegende Gleichung für alle Zahlen  $a$  richtig ist. Es ist auch möglich, daß  $k < 0$  ist.

a)  $a^2 \cdot a^3 = a^k$       b)  $(a^2)^3 = a^k$       c)  $\frac{1}{a} = a^k$  ( $a \neq 0$ )

d)  $\sqrt{a} = a^c$  ( $a \geq 0$ )      e)  $\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[k]{a}$  ( $a \geq 0$ )

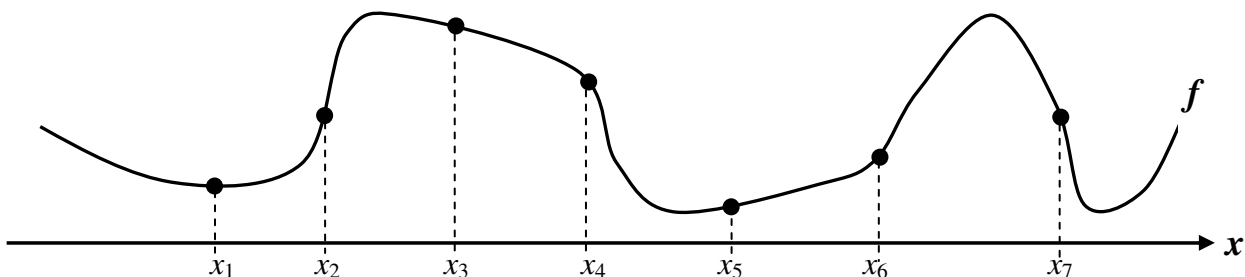
### Aufgabe 10)

Die folgende Zeichnung zeigt eine Funktion  $f$ . An den sieben Stellen  $x_1, \dots, x_7$  treten die folgenden sieben Ableitungswerte auf (d.h. Werte von  $f'$ ):

$$-2,5, -1, -0,25, 0, 0,2, 1, 3.$$

Geben Sie an, welcher dieser Ableitungswerte zu welchem  $x$ -Wert gehört:

$f'(x_1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,     $f'(x_2) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,     $f'(x_3) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,     $f'(x_4) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  
 $f'(x_5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,     $f'(x_6) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,     $f'(x_7) = \underline{\hspace{2cm}}$ .



### Aufgabe 11)

Geben Sie die Ableitungen  $f'$  der folgenden Funktionen  $f$  an.

(Dabei ist  $e$  die Euler'sche Zahl, d.h.  $e = 2,71828 \dots$ . Die Funktion  $\ln$  ist der natürliche Logarithmus, d.h. der Logarithmus zur Basis  $e$ .)

a)  $f(x) = x^2$       b)  $f(x) = e^x$       c)  $f(x) = \ln(x)$       d)  $f(x) = (x^3 - 4)^5$

**Aufgabe 12)** Berechnen Sie  $\int_2^3 30x^2 dx$ .

## Musterlösungen der Aufgaben für den Selbsttest

### Aufgabe 1)

Die Wurstmenge und der Preis sind proportional. Daher kann die Aufgabe mit einem Dreisatz gelöst werden:

120 g kosten € 1,56.

1 g kostet € 0,013.

200 g kosten € 2,60.

### Aufgabe 2)

Die Fahrzeit und die Geschwindigkeit sind umgekehrt proportional. Daher kann die Aufgabe mit einem umgekehrten Dreisatz gelöst werden:

Fahrzeit = 4 min bedeutet Geschwindigkeit = 60 km/h.

Fahrzeit = 1 min bedeutet Geschwindigkeit = 240 km/h.

Fahrzeit = 2 min bedeutet Geschwindigkeit = 120 km/h.

### Aufgabe 3)

$$a) \quad \frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{9}{24} + \frac{10}{24} = \underline{\underline{\frac{19}{24}}} .$$

$$b) \quad \frac{5}{12} : \frac{3}{8} = \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{3} = \frac{40}{36} = \underline{\underline{\frac{10}{9}}} .$$

$$c) \quad \frac{3}{8} - 0,2 = \frac{3}{8} - \frac{1}{5} = \frac{15}{40} - \frac{8}{40} = \underline{\underline{\frac{7}{40}}} .$$

$$d) \quad \frac{7}{11} : 0,8 = \frac{7}{11} : \frac{4}{5} = \frac{7}{11} \cdot \frac{5}{4} = \underline{\underline{\frac{35}{44}}} .$$

$$e) \quad \frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} = \underline{\underline{\frac{10}{21}}} .$$

#### Aufgabe 4)

$$a) \quad \frac{3}{4} = \underline{\underline{0,75}} \quad .$$

$$b) \quad 758,9141 : 0,1 = 758,9141 \cdot 10 = \underline{\underline{7589,141}} \quad .$$

#### Aufgabe 5)

$$a) \quad (70 \% \text{ von } 90) = 90 \cdot \frac{70}{100} = \underline{\underline{63}} \quad .$$

$$b) \quad \frac{1}{4} = \underline{\underline{25 \%}} \quad .$$

$$c) \quad \begin{array}{l} \text{Anfangskapital} = x \\ 2,5 \% \text{ Zinsen} = 0,025 \cdot x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Anfangskapital} \\ 2,5 \% \text{ Zinsen} \end{array}} \right\} +$$

---

$$\text{Guthaben nach} \\ \text{der Verzinsung} = \underline{\underline{1,025 \cdot x}}$$

$$\text{Also: } q = \underline{\underline{1,025}} \quad .$$

#### Aufgabe 6)

$$4(x+5) + 7(x-3) = 9x + 57 \quad \left| \text{ Ausmultiplizieren} \right.$$

$$4x + 20 + 7x - 21 = \underline{\underline{9x}} + 57 \quad \left| -9x \right.$$

$$4x + \underline{\underline{20}} + 7x - \underline{\underline{21}} - 9x = 57 \quad \left| -20 + 21 \right.$$

$$4x + 7x - 9x = 57 - 20 + 21 \quad \left| \text{ Zusammenfassen} \right.$$

$$2x = 58 \quad \left| :2 \right.$$

$$x = \underline{\underline{29}} \quad .$$

### Aufgabe 7)

Lösung 1: *p-q-Formel* :

$$x^2 \underbrace{-6}_{=p} x \underbrace{-40}_{=q} = 0$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - (-40)} \\ &= 3 \pm \sqrt{49} = 3 \pm 7. \end{aligned}$$

Also:  $x_1 = \underline{\underline{-4}}$  ,  $x_2 = \underline{\underline{10}}$  .

Lösung 2: *Quadratische Ergänzung* :

$$x^2 - 6x - 40 = 0 \quad | +40$$

$$x^2 - 6x = 40 \quad | + \text{ Quadratische Ergänzung, d.h. } \left(\frac{p}{2}\right)^2 = 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 49 \quad | \text{ Links: Binomische Formel}$$

$$(x - 3)^2 = 49 \quad | \pm \sqrt{\quad}$$

$$x_1 - 3 = -7 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \underline{\underline{-4}} .$$

$$x_2 - 3 = +7 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \underline{\underline{10}} .$$

### Aufgabe 8)

Es gibt zumindest folgende Lösungsverfahren:

- das Gleichsetzungsverfahren,
- das Einsetzungsverfahren (Substitutionsverfahren),
- das Additionsverfahren,
- das Gauß'sche Eliminationsverfahren (Sonderform des Additionsverfahrens)
- das Determinantenverfahren (= Anwendung der Cramer'schen Regel) .

Im folgenden werden die beiden letztgenannten Verfahren angewendet.

Lösung 1: Das Gauß'sche Eliminationsverfahren

$$\begin{aligned} \text{(I):} & \quad 3x + 2y = 4 \\ \text{(II):} & \quad 6x + 5y = 7 \end{aligned}$$

Um an der Stelle  $6x$  eine 0 zu erzeugen, subtrahieren wir  $2 \cdot \text{(I)}$  von  $\text{(II)}$ :

$$\begin{aligned} \text{(I')} &= \text{(I)} : \quad 3x + 2y = 4 \\ \text{(II')} &= \text{(II)} - 2 \cdot \text{(I)} : \quad 0x + y = 1 \end{aligned}$$

$$\text{(II')} \Rightarrow \underline{\underline{y = -1}}, \quad \text{(I')} \Rightarrow \underline{\underline{x = 2}}.$$

Lösung 2: Das Determinantenverfahren

$$\text{Nennerdeterminante: } D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 6 \cdot 2 = 3.$$

$$\text{x-Determinante: } D_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 - 7 \cdot 2 = 6.$$

$$\text{y-Determinante: } D_y = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = 3 \cdot 7 - 6 \cdot 4 = -3.$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{6}{3} = 2, \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{-3}{3} = -1.$$

$$\text{Also: } \underline{\underline{x = 2}}, \quad \underline{\underline{y = -1}}.$$

**Aufgabe 9)**

$$\text{a)} \quad a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5 \Rightarrow k = \underline{\underline{5}}.$$

$$\text{b)} \quad (a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6 \Rightarrow k = \underline{\underline{6}}.$$

$$\text{c)} \quad \frac{1}{a} = a^{-1} \Rightarrow k = \underline{\underline{-1}}.$$

$$\text{d)} \quad \sqrt{a} = a^{0,5} \Rightarrow c = \underline{\underline{0,5}}.$$

$$\text{e)} \quad \sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[2]{\sqrt{a}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{a}} = \sqrt[2 \cdot 2]{a} = \sqrt[4]{a} \Rightarrow k = \underline{\underline{4}}.$$

### Aufgabe 10)

Die Ableitung beschreibt die Steigung des Funktionsgraphen. Daraus ergeben sich die folgenden Gleichungen :

$$f'(x_1) = \underline{\underline{0}}, \quad f'(x_2) = \underline{\underline{3}}, \quad f'(x_3) = \underline{\underline{-0,25}}, \quad f'(x_4) = \underline{\underline{-1}},$$

$$f'(x_5) = \underline{\underline{0,2}}, \quad f'(x_2) = \underline{\underline{1}}, \quad f'(x_3) = \underline{\underline{-2,5}}.$$

### Aufgabe 11)

a)  $f'(x) = 2x.$

b)  $f'(x) = f(x) = e^x.$

c)  $f'(x) = \frac{1}{x}.$

d) Kettenregel:

$$f(x) = U(V(x)) \text{ mit:}$$

$$V(x) = x^3 - 4, \quad U(v) = v^5.$$

Daraus folgt:

$$V'(x) = 3x^2, \quad U'(v) = 5v^4.$$

Also:

$$f'(x) = U'(V(x)) \cdot V'(x) = 5 \cdot (x^3 - 4)^4 \cdot 3x^2 = \underline{\underline{15 \cdot (x^3 - 4)^4 \cdot x^2}}.$$

Man kann auch die Kettenregel vermeiden, indem man nämlich beispielsweise  $(x^3 - 4) \cdot (x^3 - 4) \cdot (x^3 - 4) \cdot (x^3 - 4) \cdot (x^3 - 4)$  ausmultipliziert oder  $(x^3 - 4)^5$  mit Hilfe des Binomischen Lehrsatzes entwickelt. Das alles ist aber sehr umständlich.

### Aufgabe 12)

$$\int_2^3 30x^2 dx \stackrel{\text{Stammfunktion}}{=} \left[ 10x^3 \right]_2^3 = 10 \cdot 3^3 - 10 \cdot 2^3 = \underline{\underline{190}}.$$

## Selbsteinschätzung

Wenn Sie die Lösung der Aufgaben erfahren haben, so tragen Sie bitte in jedes Feld eine der Punktzahlen 0, 1, 2 ein. Diese Punktzahlen drücken aus, wie Sie sich selbst einschätzen:

- 2 Punkte: Ich habe die Aufgabe ohne große Probleme lösen können.  
Das entsprechende Thema muß in der Vorlesung nicht unbedingt behandelt werden.
- 1 Punkt: Die Aufgabe war schwierig für mich, aber als die Lösung vorgeführt wurde, konnte ich mich wieder an den Lösungsweg erinnern.  
Das Thema der Aufgabe sollte in der Vorlesung kurz angeschnitten werden.
- 0 Punkte: Ich konnte die Aufgabe überhaupt nicht lösen und habe auch die Musterlösung nicht verstanden.  
Das Thema der Aufgabe sollte in der Vorlesung ausführlich behandelt werden.

<i>Aufgabe 1)</i>	<input type="text"/>				
<i>Aufgabe 2)</i>	<input type="text"/>				
<i>Aufgabe 3)</i>	a) <input type="text"/>	b) <input type="text"/>	c) <input type="text"/>	d) <input type="text"/>	e) <input type="text"/>
<i>Aufgabe 4)</i>	a) <input type="text"/>	b) <input type="text"/>			
<i>Aufgabe 5)</i>	a) <input type="text"/>	b) <input type="text"/>	c) <input type="text"/>		
<i>Aufgabe 6)</i>	<input type="text"/>				
<i>Aufgabe 7)</i>	<input type="text"/>				
<i>Aufgabe 8)</i>	<input type="text"/>				
<i>Aufgabe 9)</i>	a) <input type="text"/>	b) <input type="text"/>	c) <input type="text"/>	d) <input type="text"/>	e) <input type="text"/>
<i>Aufgabe 10)</i>	<input type="text"/>				
<i>Aufgabe 11)</i>	a) <input type="text"/>	b) <input type="text"/>	c) <input type="text"/>	d) <input type="text"/>	
<i>Aufgabe 12)</i>	<input type="text"/>				

## Der Wissensstand eines tatsächlich existierenden Kurses

<b>Aufgabe</b>	<b>Anzahl der Benotungen</b>				<b>Durchschnitts-Punktzahl</b>
	0 Punkte	1 Punkt	2 Punkte	Keine Angabe	
1)	0	0	12	0	2
2)	0	0	12	0	2
3 a)	0	1	11	0	1,9
3 b)	0	1	10	1	1,9
3 c)	0	0	11	1	2
3 d)	0	0	11	1	2
3 e)	0	1	9	2	1,9
4 a)	0	1	11	0	1,9
4 b)	0	0	11	1	2
5 a)	0	1	11	0	1,9
5 b)	0	1	10	1	1,9
5 c)	1	5	5	1	1,4
6)	0	1	11	0	1,9
7)	1	4	7	0	1,5
8)	1	5	6	0	1,4
9 a)	2	2	8	0	1,5
9 b)	2	3	7	0	1,4
9 c)	2	2	8	0	1,5
9 d)	2	4	6	0	1,3
9 e)	5	3	4	0	0,9
10)	2	8	2	0	1
11 a)	1	1	10	0	1,8
11 b)	2	5	5	0	1,3
11 c)	3	8	1	0	0,8
11 d)	3	6	3	0	1
12)	3	6	3	0	1